PRIMJENA DUALNOSTI U LINEARNOM PROGRAMIRANJU SA CILJEM PRONALASKA 'USKIH GRLA' U PROIZVODNIM PROCESIMA

APPLICATION OF DUALITY IN LINEAR PROGRAMMING WITH THE AIM OF FINDING 'BOTTLENECKS' IN PRODUCTION PROCESSES

Emina Bilalović*

SAŽETAK

Optimiziranje proizvodnih procesa presudno je za uspješno poslovanje proizvodnih privrednih društava. Donošenje ispravnih odluka otežano je usljed konstantnih promjena u okolini, velikog broja zavisnih faktora, ograničenih resursa, te nedostatka ispravnih podataka o trenutnom stanju proizvodnih procesa. Informacije o uskim grlima proizvodnih procesa moguće je dobiti primjenom dualnosti u linearnom programiranju, te time olakšati proces donošenja odluka na nivou operativnog menadžmenta. Ispravna interpretacija rezultata optimalnih vrijednosti dualnih promjenjiljih jasno ukazuje na resurse koje je neophodno proširiti ili povećati za postizanje boljih rezultata.
Kroz ovaj rad izvršeno je istraživanje mogućnosti primjene optimalnih vrijednosti dualnih promjenjljivih za pronalazak uskih grla u stvarnim proizvodnim procesima. Rezulati istraživanja pokazali su da korištenje navedenih metoda donosi korisne informacije pod uslovom da je matematički model ispravno postavljen, te da su dostupni potpuni podaci iz proizvodnog pogona. Prepoznavanje uskih grla omogućava donošenje pravovremene poslovne odluke bilo da se radi o preraspodjeli ili o proširenju određenog resursa. Obzirom na relativno kompleksan matematički postupak pronalaska rješenja duala linearnog programiranja, efikasno korištenje istih u praksi je uslovljeno implementacijom navedene metode prilikom razvoja digitalnih programa za podršku odlučivanju operativnog menadžmenta.

Ključne riječi: optimizacija, proizvodni process, dualnost problema linearnog programiranja, podrška odlučivanju

SUMMARY

Optimizing production processes is crucial for the successful operation of manufacturing companies. Making the right decisions is difficult due to constant changes in the environment, a large number of dependent factors, limited resources, and the lack of correct data on the current state of production processes. Information on bottlenecks in production processes can be obtained by applying duality in linear programming, and thus facilitate the decision-making process at the level of operational management. The correct interpretation of optimal values of dual variables clearly indicates the resources that need to be expanded or increased to achieve better results.
This paper investigated the possibility of applying optimal values of dual variables for finding bottlenecks in real production processes. The results of this research showed that use of mentioned methods brings useful information provided that mathematical model is set correctly, and that complete data from the production is available. Identifying bottlenecks allows company to make a timely business decision whether it is a redistribution or expansion of a particular resource. Given the relatively complex mathematical procedure for finding solutions to the linear programming, it's

* - Fakultet za menadžment i poslovnu ekonomiju Univerziteta u Travniku

efficient use in practice is conditioned by the implementation of this method within software that is developed to support operational management decision-making.

Keywords: optimization, production process, duality of linear programming problems, decision support

UVOD

Modelom linearnog programiranja može se predstaviti jako veliki broj realnih problema, koji po svojoj prirodi i opisu mogu biti vrlo različiti. Pri tome se najveći broj primjena može definirati kao opći problem dodjele ograničenih resursa na konkurentne aktivnosti na najbolji način. Tipični zadaci, koji se mogu predstaviti modelom linearnog programiranja su problemi optimalne proizvodnje. Jedan od osnovnih problema kompleksih proizvodnih tokova jeste prepoznavanje takozvanih 'uskih grla' proizvodnih linija, posebno u situacijama kada je potrebno donijeti odluku o proširenju određenih kapaciteta, upravo jer samo proširenje često generira nova uska grla u proizvodnim linijama. Pitanje kakvo proširenje kapaciteta će imati najbolji efekat na poslovanje je od ogromnog značaja za menadžment svakog proizvodnog privrednog društva.
Važnost prepoznavanja uskih grla u proizvodnim sistemima za efikasnu kontrolu proizvodnje i kontinuirano unapređivanje dobro je prepoznata. Korisna definicija uskog grla jeste resurs na čije performanse su najosjetljiviji učinci ukupnog proizvodnog sistema. Međutim, pribavljanje tačnih procjena uticaja promjena performansi datog resursa na performanse proizvodnog sistema često je zahtjevno. Ovaj rad razrađuje mogućnosti korištenja dualnih vrijednosti rješenja linearnog programiranja povezanih sa proizvodnim resursima u modelu planiranja proizvodnje kako bi podržao identifikaciju trenutnih i potencijalnih uskih grla. Izvode se veze između takozvanih 'skrivenih' cijena različitih resursa, te se pojašnjava ispravna interpretacija datih vrijednosti. (Mateljan et al., 2018)
Rad je struktuiran u pet dijelova. Prvo poglavlje predstavlja uvod gdje su navedene osnovne informacije o tematici. Drugo poglavlje predstavlja metodologiju istraživanja u kojem je objašnjena metoda izbora istraživanja. Treće poglavlje objašnjava primjenu linearnog programiranja u donošenju odluka, dok je u četvrtom poglavlju prikazana provedena studija slučaja. Rezultati, analiza i diskusija prezentovani su u petom poglavlju, te je u šestom poglavlju dat zaključak istaživanja.

METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

U ovom radu za obradu izabrane teme odabrana je metodologija studija slučaja koja predstavlja analitički metod za proučavanje konkretne realne situacije ili zamišljenog scenarija. Prikazana studija slučaja opisuje događaje, daje odgovore i rješenja na izazove i probleme sa kojima se proizvodne kompanije suočavaju u svom radu. Cilj prikazane studije slučaja je intenzivno i produbljeno proučavanje jednog slučaja u realnom kontekstu. Pitanja na koja je dat odgovor kroz ovo istraživanje jesu zašto i kako koristiti dualnost linearnog programiranja u svrhu pronalska uskih grla proizvodnih linija i pomoći menadžmentu u donošenju adekvatnih odluka za postizanje optimalnih proizvodnih tokova. (Aquil et al., 2015)
Glavni dio rada prikazuje stvarnu situaciju iz kompanije čiji naziv neće biti naveden sa ciljem zadržavanja anonimnosti, ali sa ciljem stvaranja jasnije slike osnovne informacije o kompaniji će biti prezentirane. Radi se o proizvodnom privrednom društvu srednje veličine čiji je menadžment došao u situaciju potrebe za proširenjem kapaciteta mašina koje su neophodne za proizvodnju jedne grupe proizvoda. Sa ciljem pojednostavljenja kalkulacije u radu je obrađeno donošenje odluke na nivou proizvodnog procesa jednog pogona koji se sastoji od jedanaest mašina različitih mogućnosti, od kojih se

šest koristi za proizvodnju grupe proizvoda za koje je bilo potrebno proširiti kapacitete. U radu je prikazan postupak postavljanja matematičkog modela linearnog programiranja, pripremu istog za rješavanje Simplex metodom, te interpretaciju dobivenih rješenja, kao i rješenja dualnih varijabli primala. Poseban je naglasak stavljen na značaj pravilne interpretacije dualnih varijabli u realnom slučaju, te je otkriveno da iste daju izuzetno korisne informacije koje se u stvarnim, kompleksim situacijama proizvodnih tokova drugim metodama izuzetno teško generiraju.

PRIMJENA LINEARNO PROGRAMIRANJE U DONOŠENJU ODLUKA

Za ispravnu primjenu metode linearnog programiranja u donošenju odluka u realnom problemu proizvodne kompanije od presudne je važnosti ispravna postavka modela linearnog programiranja.

POSTAVLJANJE MODELA LINERANOG PROGRAMIRANJA

Prvi korak u postavljanju modela jeste kreiranje funkcije cilja. Funkcija cilja (matematički opis postavljenog cilja) – izabrati vrijednosti n promjenlji-vih veličina xj (j = 1, 2, .., n) tako da se dobije optimalno rješenje:

$$F = \underset{x_j}{opt} \sum_{j=1}^{n} c_j * x_j = opt\ C^T * X$$

gdje je: cj – j-ti koeficijent funkcije cilja (jedinični trošak ili jedinična cijena),
C = [c1 c2 cn], jednodimenzijski vektor koeficijenata funkcije cilja,
xj – j-ta promjenljiva veličina (količina),
X = [x1 x2 xn], jednodimenzijski vektor promjenljivih veličina,
n – broj promjenljivih veličina
opt xj - znači: odrediti skup vrijednosti promjenljivih veličina kojim se postiže op-timalna vrijednost (maksimalna ili minimalna) funkcije cilja F
gdje je: aij – ij-ti koeficijent skupa ograničenja (višedimenzijski vektor, m×n kom-ponenti),
bi – i-ti slobodni član ograničenja (jednodimenzijski vektor, m komponenti),
– mogući su znakovi ≥ ili = ili ≤.
Skraćeni je vektorski zapis:
AxX ≤, =, ≥ B
Dodatna su ograničenja (nenegativnosti promjenljivih veličina. te realne vrijednosti koefi-cijenata i slobodnih članova):
xj ≥ 0
cj, aij, gj € R
gdje je: R – skup realnih brojeva.

Formalnim se postupkom LP traži aktuelni optimum (maksimum, opt = max, ili minimum, opt = min) za zadanu linearnu funkciju cilja, s n promjenljivih veličina, uz zadovoljavanje m linearnih ograničenja vrijednosti promjenljivih veličina.

DUALNE VRIJEDNOSTI LINEARNOG

Analizu uskih grla uz pomoć linearnog programiranja najjednostvanije je vršiti posmatranjem dualnih promjenljivih. Bitno je napomenuti da interpretacija vrijednosti duala izuzetno zavisi od postavljenog modela linearnog programiranja. Prilikom normalizacijemodelalinearnogprogramiranja dodajemo dopunske promjenjljive za svako ograničenje. Nadalje, potrebno je posmatrati rezultirajući vektor dualnih promjenljivih, te primijetiti da svaka od njih odgovara jednom od ograničenja. U svim slučajevima kada su vrijednosti tih promjenljivih jednake nuli to znači da ograničenja na odgovarajuće mašine nisu uska grla, tj. ove mašine imaju na raspolaganju više vremenskih jedinica i povećanje njihovih kapaciteta ne bi dovelo do poboljšanja rješenja. Sa druge strane, vrijednosti iznad nule su u direktnoj vezi sa vremenskim jedinicama koje su ostale neiskorištene na datim mašinama. Idealno bi bilo da su sve te vrijednosti jednake nuli, ali u praksi je to teško postići. Ove varijable često se u literaturi spominju pod pojmom 'cijena u sjeni', i one moraju biti jednake nule za sva ograničenja koja ne predstavljaju usko grlo proizvodnog procesa. Osim jasnog prepoznavanja uskih grla, vrijednosti ovih varijabli nose dodatni značaj. Ponovo je ključna ispravna interpretacija vrijednosti. Naime, povećanje broja jedinica kapaciteta relevatne mašine koja odgovara nenultoj cijeni u sjeni, rezultira povećanjem vrijednosti funkcije cilja. Bitno je napomenuti da se prilikom postavke modela linearnog programiranja, sa ciljem lakšeg rješavanja, nerijetko radi skaliranje ograničenja. U tom slučaju je uvijek bitno uzeti u obzir to skaliranje kada se vrijednosti cijena u sjeni koriste za kreiranje zaključaka, te donošenju odluka.

STUDIJA SLUČAJA

Detaljna postavka proizvodne linije odabrane kompanije koja je korištena za studiju slučaja je objašnjenja u nastavku.

Proizvodi kompanije koja se bavi proizvodnjom stolica, u stolarskom dijelu pogona, podijeljeni su na dvije osnovne grupe: stolice sa okruglim nogama i stolice sa četvrtastim nogama.

Mašina 1 predstavlja alat za finu obradu zaobljenih površina drveta i koristi se za proizvodnju okruglih nogu stolica koje karakteriziraju grupu proizvoda A.

Mašina 2 predstavlja dvoosni CNC stroj koji se koristi za izradu četvrtastih nogu koje karakteriziraju grupu proizvoda B.

Mašina 3 predstavlja mašinu za primarnu obradu drveta koja se koristi za obje grupe proizvoda.

Mašina 4 predstavlja mašinu za pripremu sjedalnog dijela stolice i koristi se za obje grupe proizvoda.

Mašina 5 predstavlja mašinu koja se koristi za finalno montiranje drvenih konstrukcija tj. povezivanje nogu i sjedalnog dijela, te se koristi za obje grupe proizvoda.

Mašina 6 predstavlja alat koji se koristi za lakiranje drveta nogu za obje grupe proizvoda.

Tabela 1. Kapaciteti mašina u stolarskom dijelu pogona

	Grupa proizvoda A	Grupa proizvoda B
Mašina 1 (8h)	50 komada	-
Mašina 2 (8h)	-	110 komada
Mašina 3 (8h)	160 komada	230 komada
Mašina 4 (8h)	180 komada	240 komada
Mašina 5 (8h)	120 komada	200 komada
Mašina 6 (8h)	150 komada	280 komada

Izvor: Emina Bilalović

U tabeli 1 su prikazani kapaciteti svake od mašina za odabrane grupe proizvoda na bazi vremenskog perioda od 8h:

Proizvodi grupe A imaju prosječnu cijenu od 120 BAM po stolici, dok proizvodi grupe B imaju prosječnu cijenu od 80 BAM po stolici. Iz tabele je vrlo lahko prepoznati da je jedno od osnovnih ograničenja mašina broj 1 koja se koristi za poizvodnju skuplje grupe proizvoda, a ima vrlo nizak kapacitet. Menadžment je donio odluku da radi na proširenju kapaciteta proizvodne linije, sa posebnim ciljem na proširenje kapaciteta proizvodnje prve grupe proizvoda. U nastavku je opisana realna situacija prevedena u matematički model i rješena metodom linearnog programiranja kako bi se dobila informacija o trenutno optimalnom broju proizvoda na dnevnoj bazi kao i prateći prihod.

Max Z = 120x1 + 80x2 – funkcija cilja zadovoljavajući ograničenja:

1/50x1 <= 1

1/110x2 <= 1

1/160x1 + 1/230x2 <= 1

1/180x1 + 1/240x2 <= 1

1/120x1 + 1/200x2 <= 1

1/150x1 + 1/280x2 <= 1

i x1,x2 >= 0

Rješenje ovako postavljenog modela jeste x1=50, x2=110, Max Z=14800; Interpretirajući ovo rješenje zaključujemo da je trenutno maksimalna vrijednost proizvoda proizvedenih u jednom danu jednaka 14800 BAM, te da je za postizanje te vrijednosti potrebno proizvesti 50 komada proizvoda iz grupe A, te 110 komada proizvoda iz grupe B; Obzirom da je prodajna cijena proizvoda grupe A bolja, te da se radi modelima za koje se predviđa veća potražnja u narednom periodu, menadžment je odlučio da proširi kapacitete mašine koja predstavlja osnovno ograničenje za prozvodnju većeg broja proizvoda grupe A. U ovom slučaju je situacija vrlo jednostavna jer se lahko uviđa da rezultat prethodno izvršene optimizacije, kojim se zaključuje da je potrebno proizvoditi 50 komada proizvoda grupe A za postizanje maksimalne zarade zadovoljavajući trenutne kapacitete, upravo podudaran sa kapacitetom prve mašine koja se koristi samo za proizvode grupe A, a čiji je kapacitet 50 komada dnevno. Sljedeći korak menadžmenta je odluka kojom mašinom zamijeniti navedenu, uzimajući u obzir sve posljedice koje promjena parametara jednog ograničenja donosi.

Obzirom na izrazito visku cijenu proizvoda grupe A u odnosu na proizvode grupe B, koji su za čak 50% skuplji od navedenih, cilj je bio prvenstveno povećati kapacitete proizvodnje proizvoda grupe A. Tehnički direktor kompanije predložio je nabavku CNC mašine umjesto postojećeg alata koji predstavlja mašina 1, a koji ima dnevni kapacitet proizvodnje od 120 komada proizvoda grupe A, a čija cijena iznosi 202000 BAM. Prilikom predlaganja ovog rješenja direktor je vođen sljedećim po veličini ograničavajućim faktorom za proizvodnju proizvoda iz grupe A, a to je mašina broj 5. Parametri ograničenja postavke lineranog programiranja izmijenjeni su u skladu sa novim prijedlogom kako bi se vidjelo kakvu promjenu to donosi u proizvodnoj liniji, te koji broj proizvoda iz obje grupe će biti optimalan u slučaju nabake predloženog CNC stroja, kao i prodajnu vrijednost proizvoda koja će biti postignuta ovom izmjenom.

MAX Z = 120x1 + 80x2 – funkcija cilja zadovoljavajući ograničenja:

1/120x1 <= 1	0.0083 x1≤1
1/110x2 <= 1	0.0091 x2≤1
1/160x1 + 1/230x2 <= 1	0.0062 x1+0.0043x2≤1
1/180x1 + 1/240x2 <= 1	0.0056 x1+0.0042x2≤ 1
1/120x1 + 1/200x2 <= 1	0.0083 x1+0.005x2≤1
1/150x1 + 1/280x2 <= 1	0.0067 x1+0.0036x2≤1
i x1,x2 >= 0	i x1,x2≥0;

Za rješavanje simplex metodom potrebno je postavljeni problem linearnog programiranja prevesti u njegov normalni oblik, pa slijedi:

Max Z =120x1+80x2+0S1+0S2+0S3+0S4+0S5+0S6

Uz ograničenja:

$$
\begin{array}{llcllcccccccl}
0.0083 & x1 & & & & + S1 & & & & & & = & 1 \\
 & & & 0.0091 & x2 & & + S2 & & & & & = & 1 \\
0.0062 & x1 & + & 0.0043 & x2 & & & + S3 & & & & = & 1 \\
0.0056 & x1 & + & 0.0042 & x2 & & & & + S4 & & & = & 1 \\
0.0083 & x1 & + & 0.005 & x2 & & & & & + S5 & & = & 1 \\
0.0067 & x1 & + & 0.0036 & x2 & & & & & & + S6 & = & 1
\end{array}
$$

i x1,x2,S1,S2,S3,S4,S5,S6≥0

U nastavku je prikazana završna iteracija rješenja izračunatog simplex metodom.

Tabela 2. Završna iteracija Simplex metode

		Cj	120	80	0	0	0	0	0	0
B	CB	XB	x1	x2	S1	S2	S3	S4	S5	S6
x1	120	54	1	0	0	-66	0	0	120	0
S1	0	0.55	0	0	1	0.55	0	0	-1	0
S3	0	0.1842	0	0	0	-0.0658	1	0	-0.75	0
S4	0	0.2417	0	0	0	-0.0917	0	1	-0.6667	0
x2	80	110	0	1	0	110	0	0	0	0
S6	0	0.2471	0	0	0	0.0471	0	0	-0.8	1
Z=15280		Zj	120	80	0	880	0	0	14400	0
		Zj-Cj	0	0	0	880	0	0	14400	0

Izvor: Emina Bilalović

Optimalno rješenje nove postavke jeste x1=54, x2=110, a maksimalna vrijednosti proizvedenih proizvoda u danu iznosi Z=15280, što je za 480 BAM više od prethodnog proračuna. Na ovaj način moguće je izvršiti procjenu povrata uloženog u roku od dvije godine pod uslovima nepromijenjenih ostalih parametara. Za detaljniju analizu potrebno je razmatrati vektor optimalnih vrijednosti primalnih promjenjljivih, ali i vektor optimalnih vrijednosti dualnih promjenljivih. Analizom prvog vektora brzo dolazimo do zaključka da ideja tehničkog direktora nije imala ciljani rezultat jer bi ovom izmjenom proizvodne linije optimalno bilo proizvoditi tek četiri proizvoda iz grupe proizvoda A. Analizom drugog vektora tj. vektora optimalnih rješenja dualnih promjenljivih možemo zaključiti koja su to ograničenja čijim popuštanjem bi se dobilo bolje optimalno rješenje. Popuštanje ograničenja podrazumijeva proširenje kapaciteta druge mašine. Posmatrajući vektora optimalnih rješenja zaključujemo da proširenjem kapaciteta (vrijednosti koje su različite od nule) mašine 5 bi donijelo značajno bolje rezultate. Iz ove vrijednosti dualne promjenljive moguće je interpretirati i u kojoj mjeri bi funkcija cilja imala bolji rezultat u slučaju povećanja kapaciteta odgovarajuće mašine za jednu jedinicu, s tim da to vrijedi samo u situacijama koje ne dovode do promjene optimalne baze što u ovom slučaju ne bi bilo zadovoljeno.

Obzirom da predložena izmjena ne bi donijela očekivane rezultate, razmatrana je proširena ponuda proizvođača CNC stojeva. Slabiji CNC stroj koji je u mogućnosti proizvoditi 80 komada iz proizvoda iz grupe A košta 150000 BAM. Istovremeno su razmatrane i mogućnosti nabave dodatnog alata koji bi proširio kapacitet mašine 5 za grupu proizvoda A. Rezultat pretrage jeste prijedlog alata koji košta 10000 BAM, a koji kapacitet mašine 5 proširuje sa 120 komada na 140 komada proizvoda grupe A. Za kreiranje tačne predikcije nove postavke proizvodne linije u stolariji, izmijenjeni su parametri modela i pronađeno novo rješenje:

MAX Z = 120x1 + 80x2

uz ograničenja:

1/80x1 <= 1

1/110x2 <= 1

1/160x1 + 1/230x2 <= 1

1/180x1 + 1/240x2 <= 1

1/140x1 + 1/200x2 <= 1

1/150x1 + 1/280x2 <= 1

i x1,x2 >= 0

$$
\begin{aligned}
0.0125\,x1 \qquad\qquad\quad &\leq 1\\
0.0091\,x2 &\leq 1\\
0.0062\,x1 + 0.0043\,x2 &\leq 1\\
0.0056\,x1 + 0.0042\,x2 &\leq 1\\
0.0071\,x1 + 0.005\,\ \ x2 &\leq 1\\
0.0067\,x1 + 0.0036\,x2 &\leq 1
\end{aligned}
$$

i x1,x2≥0;

Normalizirajući postavljeni model linearnog programiranja dobivamo sljedeće:
Max Z =120x1+80x2+0S1+0S2+0S3 +0S4+0S5+0S6

$$
\begin{array}{llllllllllllllllll}
0.0125 & x1 & & & & + & S1 & & & & & & & & & & = & 1 \\
 & & & 0.0091 & x2 & & & + & S2 & & & & & & & & = & 1 \\
0.0062 & x1 & + & 0.0043 & x2 & & & & & + & S3 & & & & & & = & 1 \\
0.0056 & x1 & + & 0.0042 & x2 & & & & & & & + & S4 & & & & = & 1 \\
0.0071 & x1 & + & 0.005 & x2 & & & & & & & & & + & S5 & & = & 1 \\
0.0067 & x1 & + & 0.0036 & x2 & & & & & & & & & & + & S6 & = & 1
\end{array}
$$

Rješavanjem iznad postavljenog zadatka simplex metodom dobivamo rješenje:
x1=80, x2=85; Max Z=16400;
Interpretacijom ovih rezultata jasno možemo zaključiti da je ovo rješenje povoljnije od prvobitno predloženog rješenja.
Naime, prvobitno predloženo rješenje koštalo bi 202000 BAM, a imalo bi dnevnu mogućnost povećanja vrijednosti proizvedenih proizvoda za 480 BAM, za koje se povrat ulaganja procjenjuje u roku od 24 mjeseca. Rješenje koje smo generirali posmatrajući vrijednosti dualnih promjenljivih koštalo bi ukupno 160000 BAM, a za rezultat bi imalo povećanje dnevnih kapaciteta prodajne vrijednosti proizvoda u iznosu 1600 BAM, što bi vrijeme povrata ulaganja smanjilo za čak četiri puta.

REZULTATI, ANALIZA I DISKUSIJA

Izuzetno iskustvo menadžera, voditelja proizvodnje i tehničkih direktora može rezultirati u sjajnom vođenju proizvodnih procesa, te u izuzetno dobrom predviđanju i rasporedu kapaciteta postojećih sistema. Ipak, kada su u pitanju situacije proširenja kapaciteta kompleksih proizvodnih pogona izuzetno je teško napraviti korektne procjene bez oslanjanja na kvanitativne modele i metode. Prvi prijedlog proširanje kapaciteta kompanije oslanja se na iskustvo menadžmenta generalno poznavanje sistema i tehnologije. Ipak, uz pomoć korištenja modela linearnog programiranja i rješavanja istog simplex metodom, te mijenjajući parametre u skladu sa predloženim proširenjima kapaciteta, jednostavno se dolazi do krucijalnih informacija o rezultatu koji donose izmjene parametara, što rezultira donošenjem bolje odluke i uštedama sredstava.
Moguće je konstatovati da je upravo nedovoljna razrada planova rezultat izuzetno čestih neprofitabilnih ulaganja u našoj državi. U realnom sektoru je poznato da postoji ogroman postotak nepotpuno iskorištenih mašina u velikom broju proizvodnih kompanija na području naše države. Također, moguće je susresti slučajeve gdje se vlasnici kompanija tradicionalno odlučuju na kupovinu bolje tehnologije nego je potrebno/iskoristivo, te ista stavljanjem u pogon generira veliki broj uskih grla u proizvodnoj liniji. Rezultat toga obično biva dugoročna neiskorištenost kapaciteta mašine. Ovo je jasan pokazatelj da bi uz naprednije planiranje višak sredstava utrošenih za naprednіju, ali neiskoristivu tehnologiju, bilo korisnije iskoristiti za rješavanje postojećih ili nastajućih uskih grla.
Bitno je napomenuti da posmatranje dualnih promjenljivih bez uzimanja u obzir tržišta i strateških ciljeva kompanije ne bi imalo smisla. Tome u prilog ide činjenica da bi, bez relevatnih informacija menadžmenta, isključivo se vodeći proračunom, već u prvom koraku rješenje tj. proširenje kapaciteta išlo u drugom pravcu što bi imalo za rezultat teoretski optimalno rješenje, ali i velike probleme na tržištu. Naime, proširen bi bio samo kapaciter proizvoda za koji se u narednom periodu predviđa smanjenje potražnje. Navedeno nam potvrđuje potrebu višestruke eksperitze za profitabilno vođenje proizvodnih pogona.

U okviru diskusije neophodno je naglasiti da značajno iskorištenje prednosti modela i metoda linearnog programiranja uslovljeno implementacijom istih kroz računarsku podršku. Na ovaj način menadžerima je dovoljno dobro poznavanje proizvodnog procesa i tačni podaci o cijenama, proizvodima i kapacitetima resursa. Za potrebe pomoći optimizacije proizvodnih procesa odgovarajuće programske podrške se najčešće mogu pronaći pod skrećenicom APO, eng. Advanced Planning and Optimisation i APS, eng. Advanced planning and schedulling, u čiju pozadinu je preporučljivo implementirati predloženi postupak iz rada. Implementacija ovih sistema obezbjeđuje kontinuirano poboljšanje upravljanja proizvodnjom zahvaljujući sposobnosti da se rade simunlacije, multidimenzionalne analize i upotreba stečenih znanja u narednim sesijama planiranja.

ZAKLJUČAK

Prepoznavanje uskih grla omogućava donošenje pravovremene poslovne odluke bilo da se radi o preraspodjeli ili o proširenju određenog resursa. Kroz prikazanu studiju slučaja u ovom radu možemo potvrditi da je informacije o uskim grlima proizvodnih procesa moguće dobiti primjenom dualnosti u linearnom programiranju, te time olakšati procesdonošenjaodlukananivouoperativnog menadžmenta, čime je potvrđena postavljena hipoteza rada. Istraživanje je pokazalo da korištenje navedenih metoda donosi korisne informacije pod uslovom da je matematički model ispravno postavljen, te da su dostupni potpuni podaci iz proizvodnog pogona, ali i poznavanje tržišta i situacije realnog sektora. Obzirom na relativno kompleksan matematički postupak pronalaska rješenja primala ili duala linearnog programiranja, efikasno korištenje istih u praksi je uslovljeno implementacijom navedene metode prilikom razvoja digitalnih programa za podršku odlučivanju operativnog menadžmenta. Računarske programi namijenjeni za planiranje i raspored proizvodnih kapaciteta (eng.APS) i optimizaciju proizvodnjih procesa (eng.APO) se oslanjaju na komplekse kvantitativne metoda kako bi na osnovu datog ulaza mogli dati odgovarajući izlaz. Direktnu korist od predložene metode u radu mogu imati ekperti za razvoj ovakvih računarskih programa. Bitno je napomenuti da oslanjanje na matematičke metode sa ciljem postizanja optimizacije čini ove programe/sisteme zahtjevnim za razvoj što sa sobom nosi posljedice poput teže implemetacije, potrebu za značajnim prilagodbama, veću cijenu proizvoda (računarskog programa) na tržištu, te manju dostpunost istog. Navedeno rezultira činjenicom da optimizacija proizvodnih procesa uz pomoć računarskih programa bosanskohercegovačkim kompanijama predstavlja izuzetan izazov. Ipak, kroz rad se pokazalo u kojoj mjeri jednostavno korištenje lineranog programiranja može smanjiti nepotrebna ulaganja, spriječiti dugoročnu neiskorištenost kapaciteta, što ga čini jednim od ključnih faktora održive budućnosti kompanije. Uzimajući u obzir izloženo možemo zaključiti da korist od implemetacije predloženih metoda u ovom radu je veća od potencijalnih poteškoća koje mogu biti prouzrokovane istim.

Nastavno na sprovedeno istraživanje bilo bi korisno napraviti istraživanje sa ciljem prepoznavanja faktora koji dovode do promjene optimalne baze. Navedeno bi omogućilo ranije očitanje podataka o direktnom uticaju provećanja kapaciteta pojedinačnih uskih grla u proizvodnji na povećanje ukupne zarade. Uz jasno prepoznavanje faktora koji dovode do promjene optimalne baze bilo bi brže moguće doći do optimalnog operativnog rješenja. Izuzev navedenog, bilo bi potencijalno korisno razmatrati u kojim slučajevima i na koji način je moguće vršiti skaliranje fukncije cilja ili pratećih ograničenja. Skaliranje je čest metod prilikom rješavanje modeliranog problema linearnog programiranja. Na ovaj način olakšava se rješavanje postavljenog modela, ali donosi dodatne izazove prilikom tumačenja rješenja primala i duala.

LITERATURA

[1] Aquil, A., Mudasir, A., Bilal, A.,(2015) „Decision Making in Agriculture: A Linear Programming Approach“, International Journal of Modern Mathematical Sciences

[2] Bašić, H., Brkić, M., Softić, A. (2017) „Primjena metode praćenja indeksa ukupne efikasnosti opreme s ciljem optimizacije proizvodnih procesa“ 10th Research/Expert Conference with International Participations ”QUALITY 2017“

[3] Flynn, B., Sakakibara, S. Schroeder, R. Bates, K., Flynn, J.E., (1990) “Empirical research methods in operations management.” Journal of Operations Management.

[4] Gale, D. The Theory of Linear Economic Models, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.

[5] Mateljan T., Jurić, Ž. Turčinhodžić, R. Osnove operacionih istraživanja. Sarajevo: Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Sarajevu, 2018.

[6] Mohd, N., Khamis, K, Zain, R.M., Deros, B. Hasrulnizzam, M., (2010) „Implementation of 5S Practices in the Manufacturing Companies: A Case Study“, American Journal of Applied Sciences

[7] Schröder, C. (2017) The Challenges of Industry 4.0 for Small and Medium-sized Enterprises, Institut für Mittelstandsforschung, Bonn

[8] Weingartner, M., Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems, Prentice-Hall, Inc. 1963.