

KVANTITATIVNI MODELI I METODE ZA IZBOR KUPNJE NOVČANE VALUTE

QUANTITATIVE MODELS AND METHODS USED FOR CURRENCY PURCHASE OPTION

Mira Pešić-Andrijić*

SAŽETAK

Rezultat međunarodne trgovine su potraživanja i dugovanja iskazana u novčanim jedinicama, valutama, zemalja prodavatelja i kupaca, a to su devize. Tako stvorene devize su zasebna roba s vlastitim tržištem i cijenama na tom tržištu, međunarodnom tržištu. U ovom radu bit će predložen i objašnjen izgađeni novi kvantitativni model i metoda za iznalaženje, utvrđivanje, najpovoljnije, sa stajališta financijskog efekta, prodaje novčanih valuta, deviza, na međunarodnom tržištu ove specifične robe.

Ključne riječi: valuta, deviza, devizno tržište, kvantitativni model, metoda, pokazatelji rješenja modela, financijski efekti kupoprodaje.

SUMMARY

The results of international trade are receivables and debts presented in the form of monetary units, currencies, as foreign currencies, of a sale country and a purchase country. The currencies acquired by this way are separate goods with their own markets and prices at that very sort of international market. This academic paper will show and describe newly created quantitative model and method for detection and definition of the currency sale, the most favorable one from the point of view of financial effects, at international market of such specific type of goods.

Keywords: currency, foreign currency, foreign exchange market, quantitative model, method, indicators of the model solution, FX differences

UVOD

Međunarodna trgovina roba i usluga proizvodi potraživanja i dugovanja izkazana u novčanim jedinicama, valutama, zemalja prodavatelja i kupaca, te novčane jedinice su devize. Tako stvorene devize postaju „roba“ s vlastitim međunarodnim tržištem i cijenama. To tržište, devizno tržište, važno je istaći, ima zasebne zakonomjernosti neovisno o tržištu roba i usluga na kojem je nastala deviza. Dakle, kupoprodaja deviza se odvija na samostalnom međunarodnom tržištu deviza. Na njemu se formiraju cijene, devizni tečajevi, ovisno o ponudi i potražnji deviza. Slobono tržište uzrokuje tečajne razlike na deviznim burzama, čime su stvoreni uvjeti za ostvarivanje pozitivnih financijskih rezultata.

Kvantitativni model i metod, za utvrđivanje kupoprodajnih mogućnosti i odlučivanje, koja je od svih mogućih kupoprodaja najpovoljnija, sa stajališta ostvarivanja najvećeg financijskog rezultata, je valutna arbitraža¹.

PREDMET I OSNOVNE ODREDNICE KUPOPRODAJE VALUTA

Faktori koji postoje i djeluju na međunarodnom deviznom tržištu određuju prostor i ograničenja valutne arbitraže. Tekuće transakcije koje čine izvoz i uvoz roba i usluga su izvor nastanka deviza koje su predmet kupoprodaje na deviznom tržištu. Ove transakcije su istovremeno i odlučujuće u formiranju deviznog tečaja; cijena deviza na tržištu.

Suvremeni svjetski bankarski sistem, s

¹ Lat. Arbitrirati znači suditi, misliti.

* - Fakultet za menadžment i poslovnu ekonomiju Univerziteta u Travniku

razvijenom mrežom filijala i predstavništava, opremljen je najsavremenijim sredstvima komuniciranja. To mu daje sposobnost reagiranja u svakom trenutku na promjenu deviznih tečajeva na bilo kojem deviznom tržištu i nastale promjene iskoristiti za izvršenje deviznih transakcija koje osiguravaju financijsku dobit.

Valutnom arbitražom istražujemo koje su od svih mogućih valutnih transakcija na deviznim tržištima najpovoljnije za ostvarenje najvećeg, maksimalnog, financijskog rezultata. Postojeće i korištene matematičke metode ograničavaju se na ocjenu efikasnosti valutne transakcije u slučajevima: a) kada postoje dva devizna tržišta i više različitih deviza i b) kada raspolažemo jednom vrstom devize na više deviznih tržišta. Savremena valutna arbitraža zahtijeva kvantitativne modele i metode za optimizaciju transakcija kada ima istovremeno više deviznih tržišta i veći broj različitih deviza.

MATEMATIČKI MODEL

Opis problema valutne arbitraže

Na više tržišta deviza u datom trenutku postoji ponuda deviza koje glase na valute više zemalja. Slobodna novčana sredstva će biti iskorištena za kupnju ponuđenih deviza, konverzija u devize, samo ako data transakcija osigurava pozitivan financijski rezultat. Dobitak se ostvaruje na osnovu razlika u deviznim tečajevima na različitim deviznim tržištima. Uvijek postoje transakcije koje donose pozitivan financijski rezultat i problem se očituje u njihovom utvrđivanju, izračunu. S toga je zadatak valutne arbitraže, arbitra, iznalaženje kupoprodaja deviza, transakcija, na deviznim tržištima kojima se postiže maksimalni financijski rezultat.

Cijene su iskazane, ispisane, u tečajnim listama koje se objavljuju na početku svakog radnog dana, a ovisno o kretanjima na svjetskim burzama deviza i više puta tokom istog dana. S druge strane javljaju se subjekti koji na više deviznih tržišta u raznim zemljama raspolažu slobodnim novčanim

sredstvima koja mogu biti upotrijebljena za kupnju ponuđenih deviza.

KVANTIFIKACIJA I IZGRADNJA MODELA

Devizna tržišta na kojima postoji ponuda deviza označimo sa D_t ($t = 1, 2, \dots, v$). Vrste deviza ponuđene na tim tržištima obilježimo sa B_j i sume raspoloživih deviza sa b_j^* ($j = 1, 2, \dots, n$) iskazane u izvornoj valuti. Ako se pojavljuje ista valuta na različitim deviznim tržištima, na svakom od njih uzima se kao zasebna deviza. Neka su a_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$) sume deviza A_i iskazana u izvornoj valuti kojima raspolaže arbitar na T_i deviznim tržištima različitih zemalja; u državama sa različitim novčanim sistemima.

Sume ponuđenih i raspoloživih deviza mogu biti u različitim valutama. Bez uticaja na rješenje problema valutne arbitraže, sve sume, ponuđene i raspoložive za kupnju deviza, možemo svesti, preračunati iskorištenjem deviznih tečajeva, na jednu vrstu valute. Svođenje raspoloživih i ponuđenih deviza na zajednički nazivnik vršit ćemo po obrascima²:

$$a_i = \frac{a_i^*}{d_t} \quad (1)$$

$$b_j = \frac{b_j^*}{d_t} t_{tj} \quad (2)$$

Upotrijebljeni simboli iskazuju:

b_j - preračunata suma raspoloživih deviza

b_j - raspoložive devize u izvornoj valuti

a_i - preračunata suma ponude devize

a_i^* - ponuda deviza iskazanu u izvornoj valuti

d_t - tečaj valute na tržištu D_t u koju se vrši preračun date devize

t_{tj} - tečaj na D_t tržištu devize B_j

² Ukoliko je tečaj iskazan za 100 novačanih jedinica izraz (2) se množi s jednom stotninom (1/100)

Sume ponuđenih deviza B_j što će biti kupljene sa sumom raspoloživih deviznih sredstava A_i su veličine koje treba utvrditi, izračunati. Te sume su, znači, promjenljive (nepoznate) u problemu valutne arbitraže.

Njih ćemo označiti sa x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$). Iz prirode problema proizlazi da promjenljive x_{ij} mogu biti samo nenegativne veličine.

Izvršenje konverzije, kupnje, valute B_j raspoloživom sumom A_i devize ovisi o tečajevima na i -tom i j -tom deviznom tržištu. Na osnovu tečajeva datih u tečajnim listama možemo izračunati mn sintetičkih

pokazatelja c_{ij} koji kazuju kvalitet svih mogućih transakcija, konverzija. Relacija izračuna ove veličine je³

$$c_{ij} = \frac{t_{ij}}{t_{ij}k_{it}} \quad (3)$$

koji iskazuje kvalitet pretvaranja devize A_i u ponuđenu devizu B_j . Dakle, ako se deviza B_j kupi raspoloživom A_i valutom, relativnu vrijednost te transakcije izražava parametar c_{ij} ; jedinica raspoložive devize poslije konvertiranja ima c_{ij} vrijednost.

Simboli u relaciji (3) imaju značenja:

t_j - tečaj na D_i tržištu B_j devize

t_j - tečaj na D_t tržištu B_j devize

k_{it} - tečaj na D_i tržištu valute zemlje u kojoj je D_t devizno tržište

Parametar c_{ij} može uzimati pozitivne vrijednosti i to: a) manje od 1, b) vrijednost 1 i c) više od jedan. Date vrijednosti imaju značenje sa stajališta finansijskog rezultata: a) devizna transakcija je nepovoljna, b) neutralna i c) povoljna za arbitra.

Opisani problem traži od arbitra kao cilj utvrđivanje mogućih valutnih transakcija koje će osigurati najveći, maksimalni, finansijski rezultat. Temeljem tako utvrđenog cilja i izvršene kvantifikacije elemnata opisanog problema možemo ispisati potpun matematički iskaz danog problema; funkciju cilja i ograničenja.

Dakle, finansijski rezultat čini sumu umnožaka parametara c_{ij} i suma deviza izvršene kupoprodaje koje treba utvrditi, a to su x_{ij} promjenljive. Ako označimo z_0 finansijski rezultat, matematički izkaz zadatka, funkcija cilja će biti

$$\max z_0 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \quad (4)$$

Ograničavajuće faktore sačinjavaju ograničene, date, sume ponuđenih deviza i ograničenim sumama deviza kojima raspolaže arbitar za kupnju ponuđenih deviza. Također, arbitraža je moguća ako je vrijednost raspoloživih deviza za kupnju jednaka vrijednosti ponuđenih deviza. Matematičke relacije koje iskazuju data ograničenja su:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (7)$$

Kako su x_{ij} suma deviza i kojom je izvršena kupnja j devize, a_i suma raspoloživih deviza i b_j suma ponuđenih deviza ekonomske veličine, zahtjev je, ograničenje, da mogu imati samo nenegativne vrijednosti.

Očito se može zamjetiti da problem valutne arbitraže iskazan matematičkim relacijama od (4) do (7) je model linearnog programiranja, tačnije to je transportni model. Njegovo rješenje se iznalazi, izračunava, metodama linearnog programiranja.

3 Ako je tečaj iskazan za 100 novčanih jedinica izraz (3) se množi sa 100.

Za potpunije razumjevanje opisanog problema valutne arbitraže, modela i rješenja, uzet ćemo jedan primjer.

Određenog dana na burzi u državi T_1 evidentirana je ponuda deviza B_1 3.089.931,00, B_2 24.857.143,00 i državi T_2 devize B_3 185.666.667,00 i B_4 2.565.131,00. Jedna osoba rapolaže sa slobodnim sredstvima iste valute u državi D_1 800.000,00, državi D_2 400.000,00 i državi D_3 900.000,00.

Tečajne liste na burzama u zemljama raspoloživih i ponuđenih deviza za prodaju toga dana iskazuju slijedeće tečajevе deviza:

Devize	B_1	B_2	B_3	B_4	T_1	T_2	D_1
Burze							
D_1	19,20	2,10	0,15	28,30	22,70	18,10	---
D_2	501,30	50,00	4,35	720,35	594,60	468,10	26,00
D_3	71,00	7,20	0,59	99,20	82,80	65,10	3,60
T_1	84,55	8,75	0,70	119,50	---	78,70	4,35
T_2	107,35	11,10	0,90	152,00	127,00	---	5,57

Dati tečajevi za sve devize su iskazani za 100 jedinica osim D_1 devize i vrijedi za jedinicu strane valute.

Arbitar ima cilj svoja sredstva raspoloživa na burzama D_1 , D_2 i D_3 konvertirati u ponuđene devize na burzama T_1 i T_2 uz uvjet da ostvari najveći, maksimalni, finansijski rezultat. Iskorištenje obrazaca (2) i (3) daje elemente, parametre, modela (4) do (7) i njihove vrijednosti su:

Burza	Parametri konverzije				Raspoloživo
	B_1	B_2	B_3	B_4	
D_1	1,006	1,057	0,926	1,035	800.000
D_2	0,998	0,961	1,030	1,012	400.000
D_3	1,014	0,994	1,007	1,002	900.000
Ponuda	600.000	500.000	300.000	700.000	2.100.000

Iskorištenjem datih veličina i izračunatih vrijednosti parametara model opisanog problema arbitraže će biti: Naći nenegativne vrijednosti promjenljivih x_j ($i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$.) koje osiguravaju da funkcija cilja

$$z_0 = 1,006 x_{11} + 1,057 x_{12} + 0,926 x_{13} + 1,035 x_{14} + 0,998 x_{21} + 0,961 x_{22} + 1,030 x_{23} + 1,012 x_{24} + 1,014 x_{31} + 0,994 x_{32} + 1,007 x_{33} + 1,002 x_{34} \quad (8)$$

postigne najveću, maksimalnu, vrijednost i zadovolji ograničenja

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 800.000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 400.000 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 900.000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 600.000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 500.000 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 300.000 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 700.000 \end{aligned} \quad (9)$$

za $0 \leq x_j$ i za sve parove (ij)

RJEŠENJE MODELA

Izgrađeni model (8) do (9) je, u biti, model linearnog programiranja. Njegovo rješenje se može dobiti iskorištenjem simplex metode. Ipak struktura modela omogućuje iskorištenje i jednostavnije metode, a to su transportne metode. Ovom prilikom, bez iznošenja postupka metode, dostatno je ispisati rješenje modela. Dakle, rješenje modela je:

$$\begin{aligned} x_{12} &= 500.000 & x_{14} &= 300.000 & x_{23} &= 300.000 \\ x_{24} &= 100.000 & x_{31} &= 600.000 & x_{34} &= 300.000 \end{aligned}$$

koje iskazuje vrijednost funkcije cilja $z_0 = 2.157.800$, a što je za 57.800 više od raspoložive sume koju je arbitar iskoristio u ovim transakcijama kupoprodaje. To je 2,75% ostvarene dobiti.

Optimalno rješenje govori o kupnji devize B_2 i devize B_4 na burzi D_1 , devize B_3 i devize B_4 na burzi D_2 te devize B_1 i devize B_4 na D_3 burzi s dobiti u postotcima redom: 5,7; 3,5; 3,0; 1,2; 1,4 i 0,2.

STOHAŠTIČKI, EKONOMETRIJSKI, MODEL

Opis problema valutne arbitraže

Postoji ponuda deviza koje glase na valute više zemalja. Njihove cijene su iskazane u tečajnim listama koje se mijenjaju ovisno

o ponudi i potražnji na deviznoj burzi. Promjene u odnosima ponude i potražnje uzrokuju stohastičnost deviznog tečaja. Na deviznom tržištu se pojavljuje subjekt koji raspolaže slobodnim novčanim sredstvima kojima vrši kupnju ponuđenih deviza. Ova sredstva će biti iskorištena za kupnju ako ostvarena kupoprodajna transakcija osigurava pozitivan financijski rezultat uz dati rizik. Dobit se ostvaruje na temelju razlika u tečajevima na različitim burzama, a rizik prizlazi iz varijabiliteta deviznih tečajeva. Cilj valutne arbitraže je iznalaženja i ostvarenja kupnji, transakcija, koje daju najveći financijski rezultat uz prihvatljiv rizik.

Kvantifikacija i izgradnja modela

Devezna tržišta na kojima postoji ponuda deviza označimo s D_t ($t = 1, 2, \dots, n$), vrstu deviza na tim burzama s B_j ($j = 1, 2, \dots, n$) sredstva kojima raspolsže arbitar neka imaju oznaku K , pojedinačni udio deviza u kupljenoj vrijednosti v_i (v_j), očekivani prinos ostvaren kupnjom date devize s $E(R_i)$, ukupni financijski rezultat R , te varijance i kovarijance kupnji sa $(S_i S_j)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Treba napomenuti da $E(R_i)$ izkazuje očekivanu vrijednost, matematičku nadu, kretanja tečajeva ponuđenih deviza, $(S_i S_j)$ matricu varijanci i kovarijanci deviznih tečajeva i mjeru ukupnog rizika očekivanog prinosa arbitraže čini, a što je

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_i v_j s_i s_j \quad \text{ili} \quad s^2 = \mathbf{v} [s_i s_j] \mathbf{v} \quad (10)$$

Arbitar ima za cilj kupnjom deviza ostvariti maksimalni prinos uz dati rizik ili zadani prinos uz minimalni rizik na deviznim tržištima.

Funkcija cilja u kojoj su promjenljive v_i (v_j) i ograničenja za varijantu minimizacije rizika

imati će relacije:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_i v_j s_i s_j \quad (11)$$

uz ograničenja

$$v_1 + v_2 + \dots + v_i + \dots + v_n = 1 \quad (12)$$

$$E(R_1) + E(R_2) + \dots + E(R_i) + \dots + E(R_n) = R \quad (13)$$

RJEŠENJE MODELA

Za iznalaženje rješenja formirat ćemo Langrangovu funkciju uvjetnog ekstrema. Za dati model (11) do (13) funkcija će biti

$$L = v_1 v_1 s_1 s_1 + v_1 v_2 s_1 s_2 + \dots + v_i v_j s_i s_j + \dots + v_n v_n s_n s_n + \lambda_1 (v_1 + v_2 + \dots + v_i + \dots + v_n) + \lambda_2 (E(R_1) v_1 + E(R_2) v_2 + \dots + E(R_i) v_i + \dots + E(R_n) v_n) \quad (14)$$

Za utvrđivanje vrijednosti promjenljivih v_i potrebno je izračunati parcijalne izvode, izjednačiti ih s vrijednosti 0 i riješiti sistem dobijenih jednadžbi. Parcijalni izvodi po promjenljivim v_i , λ_1 i λ_2 su:

$$\frac{\partial L}{\partial v_i} = 2s_1 s_1 v_1 + 2s_1 s_2 v_2 + \dots + 2s_i s_j v_j + \dots + 2s_n s_n v_n + \lambda_1 + \lambda_2 [E(R_1) + \dots + E(R_i) + \dots + E(R_n)] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = v_1 + v_2 + \dots + v_i + \dots + v_n - 1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = E(R_1) v_1 + E(R_2) v_2 + \dots + E(R_i) v_i + \dots + E(R_n) v_n - R = 0$$

Rješenje ovog sistema daje n vrijednosti promjenljive v_i što čine pojedinačne udjele, postotke strukture, kupljenih deviza koje osigurava zadani prinos deviznih transakcija uz najmanji, minimalni, rizik.

Zbir umnožaka očekivanog tečaja i udjela kupljenih deviza, $E(R_i) v_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ iskazuju optimalni, najveći, očekivani financijski rezultat izvršenih kupnji deviza uz arbitražni rizik $s^2(R)$. Na osnovu utvrđenog optimalnog rješenja može se izvesti sintetički pokazatelj efikasnosti arbitraže. To je kvocijent očekivanog financijskog prinosa i linearnog stepena arbitražnog rizika:

$$\frac{E(R)}{\sqrt{s^2(R)}} \quad (15)$$

i iskazuje arbitražni prinos po jedinici standardne devijacije deviznih tečajeva na burzama.

Odluka arbitra se može temeljiti i na inverznoj vrijednosti pokazatelja (15). Naime, mogu izračunati očekivani financijski rezultati arbitraže za različite stepene rizika i biti pokazatelji za donošenje odluke. Primjer, može se zahtijevati veći financijski rezultat, ali zakonomjerno on ima veći stepen rizika.

ZAKLJUČAK

Međunarodna razmjena roba i usluga stvara dugovanja i potraživanja iskazana u valutama zemalja sudionika u prometu. Tako nastaje nova „roba“; nastaju devize. Nastalom novom robom se trguje na deviznom tržištu. Na tom zasebnom tržištu, ovisno o ponudi i potražnji, formiraju se cijene iskazane u deviznom tečaju. Slobodno tržište uzrokuje tečajne razlike na deviznim burzama. Kupoprodaja deviza se vrši na osnovu valutne arbitraže; ocjene najpovoljnije kupnje.

Utvrđivanje najpovoljnije kupovne transakcije treba biti temeljena na modelima i metodama koje omogućuju iznalaženje i ostvarenje najvećeg financijskog rezultata. U radu su izgrađena, obrazložena i iskorištena dva kvantitativna modela za utvrđivanje najboljih kupovnih deviznih transakcija; matematički i stohastički model optimizacije valutne arbitraže.

LITERATURA

- [1] S. Andrijić, Matematički modeli i metode programiranja u gospodarskom društvu, Zagreb-Sarajevo
- [2] A. Dabčević, Matematika za ekonomiste, Zagreb
- [3] M. Jovičić, Ekonometrijske metode, Beograd
- [4] R. Kovačević, Međunarodne finansije,

Beograd

[5] LJ. Martić, Matematičke metode za ekonomske analize, Zagreb

[6] M. Pešić, Kvantitativni modeli upravljanja rizicima u osiguranju života, Sarajevo

[7] L. Sorajić, Privredna matematika, Sarajevo

[8] V. Veselinović, Privredna matematika, Beograd